

Срок сдачи: 22.01.2015 (штраф 0%), 23.01.2015 (штраф 25%), 24.01.2015 (штраф 50%), с 25.01.2015 работа не проверяется.

Форма сдачи:

- 1) работа посылается в заархивированном виде моему учебному ассистенту Артёму Языкову на ящик yazikov@rocketmail.com,
- 2) имя архива: Ivanov_Ivan_URAM_HT1,
- 3) архив содержит:
 - **pdf-файл (!)** с **подробным** решением задач 1–3 (документ должен быть набран либо в MS Word с использованием редактора формул MS Equation или MathType, либо в LaTeX).
 - коды семи программ (файл-функций) для задач 4–10.

Задача 1. Пусть u_1, \dots, u_n — независимые случайные величины с $\mathbb{E}u_t = 0$ и $Du_t = \sigma^2$. Известно, что ошибки $\{\varepsilon_t\}_{t=1}^n$ в регрессионной модели $Y_t = \beta t + \varepsilon_t$ удовлетворяют соотношению $\varepsilon_t = \sqrt{t}u_t$, $t = 1, \dots, n$.

(а) Назовите виды отклонений от теоремы Гаусса–Маркова, которые содержит данная модель. Ответ прокомментируйте!

(б) Является ли $\hat{\beta} = \frac{\sum_{t=1}^n tY_t}{\sum_{t=1}^n t^2}$ несмещенной оценкой для параметра β ?

(с) Найдите наиболее эффективную оценку для параметра β (в классе линейных по Y несмещенных оценок параметра β).

Задача 2. Рассматривается модель регрессии $Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i$, в которой ошибки $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ независимы и имеют нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 . Известно, что выборка в $n = 50$ наблюдений была разбита на три непересекающиеся подвыборки, содержащие $n_1 = 20$, $n_2 = 10$ и $n_3 = 20$ наблюдений. Пусть $\hat{\sigma}_j^2$ — это оценка дисперсии случайных ошибок для регрессии, оцененной по j -ой подвыборке, где $j = 1, 2, 3$. Найдите

(а) $\mathbb{P}\{\hat{\sigma}_3^2 > \hat{\sigma}_1^2\}$,

(б) $\mathbb{P}\{\hat{\sigma}_1 > \hat{\sigma}_2\}$,

(с) $\mathbb{E}\left[\frac{\hat{\sigma}_3^2}{\hat{\sigma}_1^2}\right]$,

(д) $D\left[\frac{\hat{\sigma}_3^2}{\hat{\sigma}_1^2}\right]$.

Задача 3. Пусть u_0, u_1, \dots, u_n — независимые случайные величины с $\mathbb{E}u_t = 0$ и $Du_t = \sigma^2$. Известно, что ошибки $\{\varepsilon_t\}_{t=1}^n$ в регрессионной модели $Y_t = \beta t + \varepsilon_t$ удовлетворяют соотношениям $\varepsilon_t = u_{t-1} + u_t$, $t = 1, \dots, n$.

(а) Назовите виды отклонений от теоремы Гаусса–Маркова, которые содержит данная модель. Ответ прокомментируйте!

(б) Является ли $\hat{\beta} = \frac{\sum_{t=1}^n tY_t}{\sum_{t=1}^n t^2}$ несмещенной оценкой для параметра β ?

(с) Найдите наиболее эффективную оценку для параметра β (в классе линейных по Y несмещенных оценок параметра β).

Задача 4. В системе MATLAB напишите программу (файл-функцию), которая по заданной матрице $X \in \mathbb{R}^{n \times k}$ возвращает оцененную ковариационную матрицу $V \in \mathbb{R}^{k \times k}$, элементы которой рассчитываются по формуле $V_{ij} = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (X_{ti} - \bar{X}_i)(X_{tj} - \bar{X}_j)$, где $\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n X_{ti}$. Синтаксис программы должен быть следующим: `[V] = get_cov_matrix(X)`.

Задача 5. В системе MATLAB напишите программу (файл-функцию), которая по заданным параметрам $n \in \mathbb{N}$, $\sigma^2 > 0$, $\rho \in (-1; 1)$ возвращает вектор $\varepsilon \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, компоненты которого удовлетворяют условиям $\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + \sqrt{t} \cdot u_t$, $t = 1, \dots, n$. Здесь $\varepsilon_0 = 0$, а u_1, \dots, u_n — независимые нормально распределенные случайные величины с математическим ожиданием 0 и дисперсией σ^2 . Синтаксис программы должен быть следующим: `[epsilon] = get_epsilon(n, sigma_sq, rho)`.

Задача 6. В системе MATLAB напишите программу (файл-функцию), которая по заданным матрицам X , Y и уровню значимости SL возвращает вектор нижних и вектор верхних границ доверительных интервалов для коэффициентов регрессии с уровнем доверия равным SL . Синтаксис программы должен быть следующим: `[LB, UB] = get_conf_int(X, Y, SL)`.

Задача 7. В системе MATLAB напишите программу (файл-функцию), которая из заданной матрицы регрессоров X удаляет j -ый столбец. Синтаксис программы должен быть следующим: `[Z] = drop_X(X, j)`.

Задача 8. В системе MATLAB напишите программу (файл-функцию), которая по заданным матрицам X и Y возвращает значение R^2 . Синтаксис программы должен быть следующим: `[R_sq] = get_R_sq(X, Y)`.

Задача 9. В системе MATLAB напишите программу (файл-функцию), которая по заданной матрице регрессоров X возвращает вектор *VIF*-коэффициентов. Синтаксис программы должен быть следующим: `[VIF] = get_VIF(X)`.

Задача 10. В системе MATLAB напишите программу (файл-функцию), которая для заданных матриц X , Y и натурального числа $1 \leq L \leq n$ по формуле

$$\hat{V}_{NW}(\hat{\beta}_{OLS}) = n(X^T X)^{-1} \hat{S}_n (X^T X)^{-1}$$

находит ковариационную матрицу Невье–Веста (скорректированную на гетероскедастичность и автокорреляцию), где

$$\hat{S}_n = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2 X_t^T X_t + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^L w_j \left(\sum_{t=j+1}^n \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_{t-j} (X_t^T X_{t-j} + X_{t-j}^T X_t) \right),$$

$\hat{\varepsilon}_t$ — МНК-остатки регрессии $Y = X\beta + \varepsilon$, X_t — t -ая строка матрицы X и $w_j = 1 - \frac{j}{L}$, $j = 1, \dots, L$ (подробности см. [1] стр. 144–146 или [2] стр. 174–175).

Синтаксис программы должен быть следующим: `[V] = get_V_NW(X, Y, L)`.

Список литературы

1. Артамонов Н.В., Введение в эконометрику. – М.: МЦНМО, 2011. – 204 с.
2. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А., Эконометрика. Начальный курс. – М.: Дело, 2007.